



أجب عن الأسئلة التالية:

(1) إذا كانت $f(x) = e^{x^2}$ ، فأوجد $\sigma^+(f, D_2)$ ، $\sigma^-(f, D_2)$ حيث $D_2 = \{0, 1/2, 1\}$ ، ومن ذلك استنتج قيمة تقريبية للتكامل $\int_0^1 e^{x^2} dx$ ، ومن ثم استنتج قيمة تقريبية للتكامل $\int_{-1}^1 e^{x^2} dx$.

[8 درجات] (لاحظ أن $e^{1/4} \approx 1.284$ ، $e \approx 2.718$).

(2) اذكر بدون برهان النظرية الأساسية الأولى للتحليل (I) ، ثم احسب ما يلي:

[8 درجات]

$$\int \left(\frac{d}{dx} \int_x^{x^2} \sin^{-1}(t) dt \right) dx$$

(3) عرّف الدالة اللوغاريتمية $\ln x$ باستخدام التكامل المحدد ثم برهن أنها تزايدية وتُحقق $\ln(xy) = \ln x + \ln y$ علي الفترة $[0, \infty)$.

[5 درجات]

(4) باستخدام تعويض مناسب احسب $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$ ، ثم استخدم النتيجة لحساب المساحة المحصورة داخل القطع

[8 درجات]

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ الناقص}$$

[8 درجات]

(5) احسب التكاملين التاليين :

$$\int \frac{x^5 - 1}{x^3 + x^2} dx \quad , \quad \int x \tan^2 x dx$$

(6) أوجد قانوناً اختزالياً لحساب التكامل $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \cos^n x dx$ ، ثم احسب قيمة I_2 .

[8 درجات]

(7) أوجد معادلة المنحنى $xy - x - y + 1 = 0$ إذا نقلنا المحاور إلي نقطة أصل جديدة (1,1) ثم أتبعنا ذلك بدوران

[7 درجات]

المحاور الجديدة بزاوية $\frac{\pi}{4}$ وحدد نوع المنحنى الناتج بعد العمليتين.

(8) حدد نوع كل من القطاعات المخروطية الآتية مع إيجاد بؤرتيه (أو بؤرتيه) واختلافه المركزي ثم ارسمه :

[8 درجات]

$$(i) \quad 4x^2 - y^2 + 8x - 10y - 37 = 0 \quad , \quad (ii) \quad x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$$

انتهت الأسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق ، منسق المقرر: أ. د. محمد زيدان عبد الله